

Universidade Federal do Ceará

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS
MESTRADO ACADÊMICO NA ÁREA INTERDISCIPLINAR



PROVA ESCRITA

PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM E MÉTODOS QUANTITATIVOS

NOME: _____

INSCRIÇÃO SIGAA: _____

DATA: _____

INSTRUÇÕES

- Verifique se este caderno contém 15 questões, numeradas de 1 a 15, caso contrário, reclame ao fiscal da sala um outro caderno.
- Não serão aceitas reclamações posteriores.
- Para cada questão existe apenas UMA resposta certa.
- Você deve ler cuidadosamente cada uma das questões e escolher a resposta certa.
- Essa resposta deve ser marcada na FOLHA DE RESPOSTAS que você recebeu, preenchendo todo o campo, utilizando-se de caneta esferográfica.

VOCÊ DEVE

- Procurar, na FOLHA DE RESPOSTAS, o número da questão que você está respondendo.
- Verificar no caderno de prova qual a letra (A,B,C,D,E) da resposta que você escolheu.
- Marcar essa letra na FOLHA DE RESPOSTAS.

ATENÇÃO

- Não serão computadas questões não assinaladas, que contenham mais de uma resposta, emenda ou rasura e FOLHA DE RESPOSTAS sem assinatura do candidato.
- Não será permitida qualquer espécie de consulta.
- Você só poderá utilizar caneta, lápis e borracha para a realização desta prova.
- Você terá 4 horas para responder a todas as questões e preencher a FOLHA DE RESPOSTAS.
- Ao término da prova devolva este caderno ao aplicador, juntamente com sua FOLHA DE RESPOSTAS.
- Proibida a divulgação ou impressão parcial ou total da presente prova. Direitos Reservados

ÁREA DE MATEMÁTICA

1. Considere as inequações a seguir determine os intervalos que representam o conjunto solução na reta real de cada uma.

(a) $(2x + 4)(x - 1) \leq 0$

(b) $x^3 - x^2 \geq 0$

(c) $|2x - 3| < 4$

Assinale a alternativa correta.

A) $S_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$, $S_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ e $S_3 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}\right\}$

B) $S_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -2 \text{ ou } x \geq 1\}$, $S_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$ e $S_3 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}\right\}$

C) $S_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$, $S_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$ e $S_3 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}\right\}$

D) $S_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$, $S_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$ e $S_3 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{2} < x \leq \frac{7}{2}\right\}$

E) $S_1 = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$, $S_2 = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$ e $S_3 = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{1}{2} \text{ ou } x > \frac{7}{2}\right\}$

2. Seja f uma função definida em algum intervalo aberto que contém o número a , exceto possivelmente o próprio a . Dizemos que

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

se para todo número $\epsilon > 0$ existir um δ tal que se $0 < |x - a| < \delta$ então $|f(x) - f(a)| < \epsilon$. Dada as seguintes afirmações

(a) $\lim_{x \rightarrow 3} 4x - 5 = 7$

(b) $\lim_{x \rightarrow p} ax + b = ap + b$, (a e b constantes)

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} x^3 = 1$

Os valores de δ para cada ϵ são respectivamente:

A) $\frac{\epsilon}{4}$, $\frac{\epsilon}{|a|}$ e $\min \left\{ \sqrt[3]{1 + \epsilon} - 1, 1 - \sqrt[3]{1 - \epsilon} \right\}$

B) $\frac{\epsilon}{3}$, $\frac{\epsilon}{|p|}$ e $\min \left\{ \sqrt[3]{1 + \epsilon} - 1, 1 - \sqrt[3]{1 - \epsilon} \right\}$

C) $\frac{\epsilon}{4}$, $\frac{\epsilon}{|p|}$ e $\min \left\{ \sqrt[3]{1 + \epsilon} - 1, \sqrt[3]{1 - \epsilon} + 1 \right\}$

- D) $\frac{\epsilon}{4}, \frac{\epsilon}{|a|}$ e $\min \{ \sqrt[3]{1+\epsilon}, \sqrt[3]{1-\epsilon} \}$
 E) $\frac{\epsilon}{4}, \frac{\epsilon}{|a|}$ e $\min \{ -\sqrt[3]{1+\epsilon}, \sqrt[3]{1-\epsilon} \}$

3. Encontre o ponto de mínimo global e o ponto de máximo global, respectivamente, da função

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1, \text{ onde } \frac{-1}{2} \leq x \leq 4$$

Assinale a alternativa correta.

- A) 0 e 2.
 B) 0 e 4.
 C) $\frac{-1}{2}$ e 4.
 D) 2 e 4.
 E) $\frac{-1}{2}$ e 2.

4. Considere os seguintes sistemas

$$S_1 = \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 - 3x_2 = 6 \end{cases}$$

$$S_2 = \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5 \\ 6x_1 + 3x_2 = 15 \end{cases}$$

$$S_3 = \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5 \\ 6x_1 + 3x_2 = 10 \end{cases}$$

Assinale a alternativa correta.

- A) $(3, -1)$ é a única solução do sistema S_1 , o posto da matriz de coeficientes de S_1 é 2, o sistema S_2 admite infinitas soluções, o posto da matriz de coeficientes de S_2 é igual a 1, o sistema S_3 não têm solução, o posto da matriz de coeficientes é igual a 1.
 B) $(3, -1)$ é a única solução do sistema S_1 , o posto da matriz de coeficientes de S_1 é 2, o sistema S_2 admite infinitas soluções, o posto da matriz de coeficientes de S_2 é igual a 2, o sistema S_3 não têm solução, o posto da matriz de coeficientes é igual a 2.
 C) $(3, -1)$ é a única solução do sistema S_1 , o posto da matriz de coeficientes de S_1 é 1, o sistema S_2 admite infinitas soluções, o posto da matriz de coeficientes de S_2 é igual a 1, o sistema S_3 não têm solução, o posto da matriz de coeficientes é igual a 1.

D) $(3, -1)$ é a única solução do sistema S_1 , o posto da matriz de coeficientes de S_1 é 2, o sistema S_2 admite infinitas soluções, o posto da matriz de coeficientes de S_2 é igual a 1, o sistema S_3 têm infinitas soluções, o posto da matriz de coeficientes é igual a 2.

E) $(3, -1)$ é a única solução do sistema S_1 , o posto da matriz de coeficientes de S_1 é 2, o sistema S_2 não têm solução, o posto da matriz de coeficientes de S_2 é igual a 1, o sistema S_3 adminite infinitas soluções, o posto da matriz de coeficientes é igual a 1.

5. Verifique se os conjunto a seguir são espaço vetoriais reais, com operações usuais de soma e multiplicação por escalar.

(a) Matrizes escalares com dimensão $n \times n$

(b) $\left\{ \begin{bmatrix} x & x+y \\ x & y \end{bmatrix} : x, y \in \mathbb{R} \right\}$

(c) $\{(5, x, y) : x, y \in \mathbb{R}\}$

(d) a reta $\{(x, x+7) : x \in \mathbb{R}\}$

Assinale a alternativa correta.

A) SIM, SIM, SIM, SIM.

B) SIM, SIM, NÃO, NÃO.

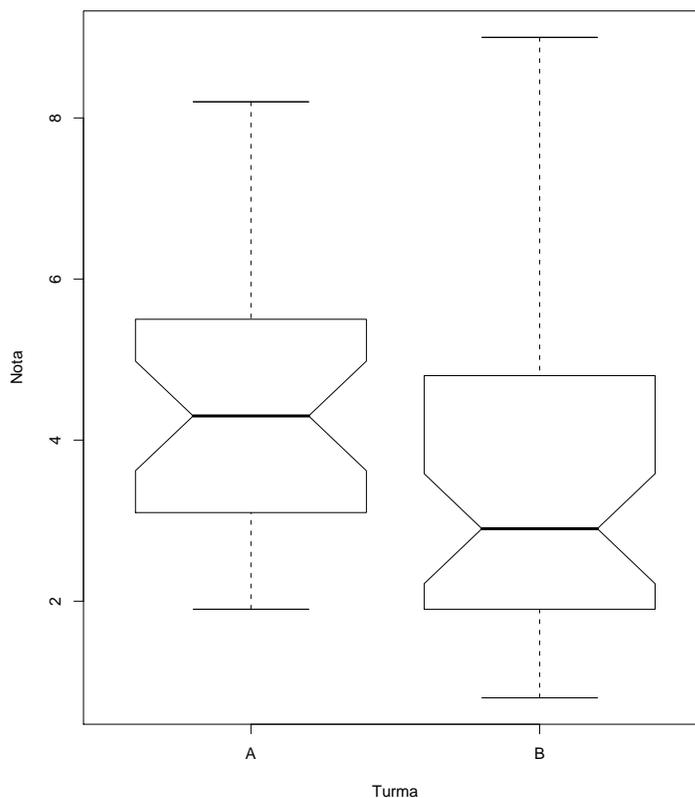
C) NÃO, SIM, NÃO, SIM.

D) NÃO, NÃO, SIM, SIM.

E) NÃO, SIM, NÃO, SIM.

ÁREA DE ESTATÍSTICA

6. A figura abaixo representa as notas de uma avaliação da aprazível disciplina de Probabilidade e Estatística para duas turmas “A” e “B” no ano de 2017.



Baseando-se na figura, assinale a alternativa correta.

- A) A nota mediana foi maior na turma A.
 - B) A nota modal foi maior na turma A.
 - C) A turma B apresentou uma menor dispersão.
 - D) Existem mais notas discrepantes na turma A.
 - E) A distribuição das notas é simétrica para as duas turmas.
7. O departamento pessoal de uma certa empresa retirou uma amostra de 350 salários dos funcionários do setor administrativo, expresso em unidades de salário mínimo, obtendo os resultados da tabela abaixo.

Com relação a distribuição dos salários da empresa, atribua V (verdadeiro) ou F (falso) para as afirmativas a seguir:

Faixa salarial	Frequência relativa
0 - 2	0,25
2 - 4	0,40
4 - 6	0,20
6 - 10	0,15

- () O ponto médio da classe modal é 3 salários mínimos.
- () O ponto médio da classe da mediana é 3 salários mínimos.
- () A média salarial é 5 salários mínimos.
- () O ponto médio da classe do terceiro quartil é 5 salários mínimos.
- A) V,V,V,V
- B) V,F,F,F
- C) F,V,V,V
- D) V,V,F,V
- E) F,F,F,F
8. Considere um estudo sobre a relação entre gastos com saúde e educação(y) e renda familiar mensal (x), ambos expressos em milhares de reais, em duas populações. O diagrama de dispersão para 30 observações das duas variáveis de interesse, para cada população, é apresentado na Figura 1.
- Sobre os coeficientes de correlação linear de Pearson (r_A e r_B) correspondentes, é correto afirmar que:
- A) Não existe relação linear nas duas populações ($r_A = r_B \cong 0$).
- B) Existe relação linear perfeita negativa em ambas as populações ($r_A = r_B = -1$).
- C) Existe relação linear perfeita positiva em ambas as populações ($r_A = r_B = 1$).
- D) Existe relação linear positiva em ambas as populações, sendo a relação mais forte na população A ($0 < r_B < r_A < 1$).
- E) Existe relação linear positiva em ambas as populações, sendo a relação mais forte na população B ($0 < r_A < r_B < 1$).
9. As informações abaixo se referem ao teste de hipóteses para comparação das médias de dois grupos independentes (Grupo A e Grupo B). Foram utilizadas 8 amostras para cada grupo, sendo $\bar{X}_A = 19,0$ e $\bar{X}_B = 18,5$, com variâncias amostrais em cada grupo dadas por 0,3 e 0,2, respectivamente. Sabendo que as variâncias dos grupos foram consideradas estatisticamente iguais, utilizando a tabela da distribuição t , marque a opção correta

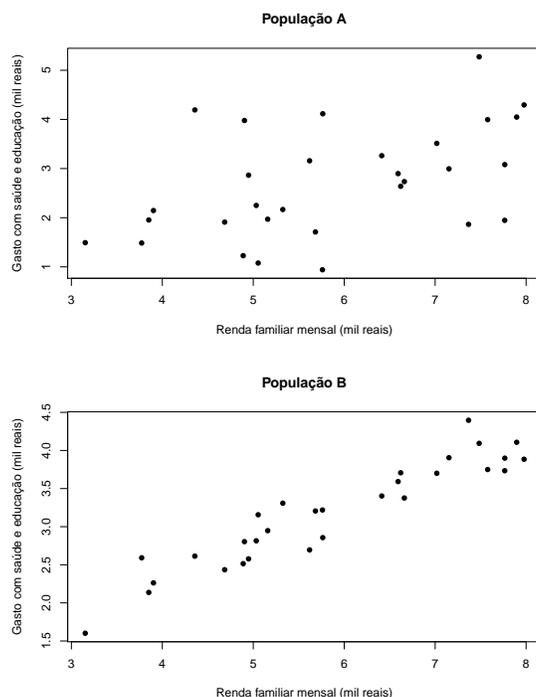


Figura 1: Digrama de dispersão entre gastos com saúde e educação (y) e renda familiar mensal (x).

- A) Não se pode afirmar que a média de A é estatisticamente maior que a de B tanto a 1% quanto a 5% de significância.
- B) A média de A é estatisticamente maior que a de B ao nível de 1% de significância, mas não ao nível de 5% de significância.
- C) A média de A é estatisticamente maior que a de B ao nível de 5% de significância, mas não ao nível de 1% de significância.
- D) A média de A é estatisticamente maior que a de B ao nível de 1% de significância e também ao nível de 5% de significância.
- E) Nenhuma das alternativas anteriores.
10. Ana lança uma moeda não-tendeciosa 17 vezes e Maria lança a mesma moeda 16 vezes. Qual é a probabilidade de Ana obter mais caras que Maria?
- A) $(0,5)^{16}$.
- B) 0,5.
- C) 0,25.
- D) 0,75.
- E) $(0,5)^{17}$.

Distribuição t-Student

Valores associados à cauda direita

GL	α									
	0,4	0,25	0,2	0,15	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,0005
1	0,325	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,656	636,578
2	0,289	0,816	1,061	1,386	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	31,600
3	0,277	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	12,924
4	0,271	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	8,610
5	0,267	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	6,869
6	0,265	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,959
7	0,263	0,711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	5,408
8	0,262	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	5,041
9	0,261	0,703	0,883	1,100	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,781
10	0,260	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,587
11	0,260	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,437
12	0,259	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	4,318
13	0,259	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	4,221
14	0,258	0,692	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	4,140
15	0,258	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	4,073
16	0,258	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	4,015
17	0,257	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,965
18	0,257	0,688	0,862	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,922
19	0,257	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,883
20	0,257	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,850
21	0,257	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,819
22	0,256	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,792
23	0,256	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,768
24	0,256	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,745
25	0,256	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,725
26	0,256	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,707
27	0,256	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,689
28	0,256	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,674
29	0,256	0,683	0,854	1,055	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,660
30	0,256	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,646
40	0,255	0,681	0,851	1,050	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,551
50	0,255	0,679	0,849	1,047	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	3,496
60	0,254	0,679	0,848	1,045	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,460
70	0,254	0,678	0,847	1,044	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	3,435
80	0,254	0,678	0,846	1,043	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,416
90	0,254	0,677	0,846	1,042	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	3,402
100	0,254	0,677	0,845	1,042	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	3,390
120	0,254	0,677	0,845	1,041	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,373
∞	0,253	0,674	0,842	1,036	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,290

ÁREA DE COMPUTAÇÃO

11. Um programa computacional é um conjunto de instruções concebidas para serem executadas por um computador. A forma ou ordem como instruções são executadas por um programa de computador segue um determinado fluxo de controle. Uma instrução, por exemplo, pode ser atribuir um valor a uma variável do programa, avaliar uma expressão lógica, uma chamada de função ou procedimento, dentre outros. Existem várias linguagens de programação para codificar programas de computador usando o que chamamos de estruturas de controle, entre as quais as mais simples que são comumente encontradas nessas linguagens são estruturas de sequenciamento, de seleção e de repetição. Sobre essas três estruturas básicas de controle é correto afirmar que:
- A) Estrutura de sequenciamento permite saltar a execução de instruções fora da ordem estabelecida para sua execução, deixando alguma instrução sem ser executada.
 - B) Sejam duas variáveis lógicas p e q cujos valores podem ser verdadeiro ou falso, e uma terceira variável lógica r à qual se atribui o valor lógico do OU EXCLUSIVO entre p e q , instrução representada por $r := p \text{ XOR } q$. A estrutura de controle dessa instrução é de repetição.
 - C) A execução de um conjunto de instruções enquanto uma dada expressão lógica tenha valor lógico verdade é uma estrutura de seleção.
 - D) A execução das instruções de qualquer programa concebido com essas estruturas sempre finaliza.
 - E) A execução de um conjunto de instruções segue a ordem ou fluxo de controle em que foram codificadas no programa, exceto quando houver um comando de salto a exemplo de uma instrução do tipo “go to”.
12. Uma partícula encontra-se no ponto A de um plano cartesiano e deve deslocar-se até um ponto B do mesmo plano usando o menor número possível de movimentos. As coordenadas de A e B são $(0, 0)$ e $(3, 4)$, respectivamente. Partindo de um ponto de coordenadas (x, y) inteiras, os possíveis movimentos de deslocamento são $(x - 1, y)$, $(x + 1, y)$, $(x, y - 1)$ ou $(x, y + 1)$. Seja N a quantidade de caminhos para ir de A até B usando o menor número possível de movimentos, então seu valor é tal que:
- A) $N^2 = 3^2 + 4^2$
 - B) $N = 3 + 4$
 - C) $N = 3! \times 4!$
 - D) $N = \frac{(3+4)!}{3! \times 4!}$
 - E) Todas as alternativas anteriores estão erradas.

13. Uma pessoa implementa um procedimento para enumerar todos os subconjuntos do conjunto a, b, c, d, e . Considera-se uma associação bijetiva entre a representação de números binários de cinco dígitos com cada subconjunto. Assim, a representação binária 00000 representa o subconjunto vazio, a representação 00001 representa o subconjunto e , a representação 00010 representa o subconjunto d e, seguindo dessa forma, a representação 11111 corresponde ao próprio conjunto a, b, c, d, e . Nesse caso, parte-se do binário 00000 e adiciona-se de forma iterativa sempre uma unidade ao binário corrente para formar um novo subconjunto até atingir o binário 11111. Qual o subconjunto obtido ao final da vigésima segunda iteração desse procedimento, considerando a iteração 0 como sendo o conjunto vazio?
- A) $\{a, b, d, e\}$
 B) $\{b, d, e\}$
 C) $\{a, c, d\}$
 D) $\{b, c, e\}$
 E) $\{b, e\}$
14. Assinale qual das seguintes relações não é válida para a sequência de Fibonacci cujos termos iniciais são $F(1) = 0$ e $F(2) = 1$, sendo os demais termos $F(n) = F(n - 1) + F(n - 2)$, para $n \geq 3$, dados pela soma dos dois termos anteriores.
- A) $F(n) = F(n - 1) + F(n - 2)$
 B) $F(n)^2 = F(n - 1)F(n + 1) + (-1)^n$
 C) $F(n) < 2^n$
 D) $F(1) + F(2) + \dots + F(n) = F(n + 2) - 1$
 E) $F(n + 3) = 2F(n + 1)$
15. Considere as seguintes proposições:
- A: João comeu camarão.
 B: João assistiu um filme de terror.
 C: João teve sonhos estranhos.

Qual das seguintes fórmulas é a mais adequada para modelar o texto: “Se João comeu camarão ou assistiu um filme de terror então ele teve sonhos estranhos. João teve sonhos estranhos, mas não comeu camarão. Logo João assistiu um filme de terror.”

- A) $(A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C) \wedge (C \rightarrow \bar{A}) \rightarrow B$
 B) $((A \vee B) \rightarrow C) \wedge (C \wedge \bar{A}) \rightarrow B$
 C) $(A \vee (B \rightarrow C)) \wedge (C \vee \bar{A}) \rightarrow B$

$$\text{D) } ((A \vee B) \rightarrow C) \wedge (C \rightarrow \bar{A}) \rightarrow B$$

$$\text{E) } (A \rightarrow C) \vee (B \rightarrow C) \wedge (C \wedge \bar{A}) \rightarrow B$$